

PART : MATHEMATICS

1. Let $y = f(x)$ is a solution of differential equation $e^y \left(\frac{dy}{dx} - 1 \right) = e^x$ and $f(0) = 0$ then $f(1)$ is equal to :

यदि $y = f(x)$ अवकल समीकरण $e^y \left(\frac{dy}{dx} - 1 \right) = e^x$ का हल है तथा $f(0) = 0$ तब $f(1)$ का मान है—

- (1) $\ln 2$ (2) $2 + \ln 2$ (3) $1 + \ln 2$ (4) $3 + \ln 2$

Ans. (3)

Sol. $e^y = t$

$$e^y \frac{dy}{dx} = \frac{dt}{dx}$$

$$\frac{dt}{dx} - t = e^x$$

$$\text{IF} = e^{\int -1 \cdot dx} = e^{-x}$$

$$t(e^{-x}) = \int e^x \cdot e^{-x} dx$$

$$e^{y-x} = x + c$$

Put $x = 0, y = 0$ रखने पर then $c = 1$

$$e^{y-x} = x + 1$$

$$y = x + \ln(x + 1)$$

at $x = 1$ रखने पर, $y = 1 + \ln(2)$

2. If α is a roots of equation $x^2 + x + 1 = 0$ and $A = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix}$ then A^{31} equal to :

यदि α समीकरण $x^2 + x + 1 = 0$ का एक मूल है तथा $A = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix}$ तब A^{31} बराबर है—

- (1) A (2) A^2 (3) A^3 (4) A^4

Ans. (3)

Sol. $A^2 = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \omega & \omega^2 \\ 1 & \omega^2 & \omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \omega & \omega^2 \\ 1 & \omega^2 & \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

$$\Rightarrow A^4 = I$$

$$\Rightarrow A^{30} = A^{28} \times A^3 = A^3$$

3. The six digit numbers that can be formed using digits 1, 3, 5, 7, 9 such that each digit is used at least once.
 अंको 1, 3, 5, 7, 9 का प्रयोग कर बनाई जा सकने वाली छः अंको की संख्याओं की संख्या कि प्रत्येक अंक कम से कम एक बार प्रयुक्त हो, होगी—

Ans. 1800

Sol. 1, 3, 5, 7, 9

For digit to repeat we have 5C_1 choice

And six digits can be arrange in $\frac{6!}{2!}$ ways.

Hence total such numbers = $\frac{5! \cdot 6!}{2!}$

Sol. 1, 3, 5, 7, 9

पुनरावृत्ति वाले अंक के लिए 5C_1 विकल्प है।

और छः अंकों की व्यवस्था के तरीके $\frac{6!}{2!}$

अतः कुल संख्याएँ = $\frac{5! \cdot 6!}{2!}$

4. The area that is enclosed in the circle $x^2 + y^2 = 2$ which is not common area enclosed by $y = x$ & $y^2 = x$ is

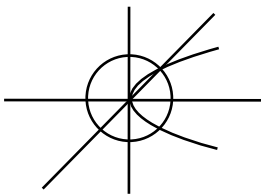
वृत्त $x^2 + y^2 = 2$ के अन्तर्गत परिबद्ध वह क्षेत्रफल जो $y = x$ & $y^2 = x$ द्वारा परिबद्ध क्षेत्रफल के साथ उभयनिष्ठ न हो—

- (1) $\frac{1}{12}(24\pi - 1)$ (2) $\frac{1}{6}(12\pi - 1)$ (3) $\frac{1}{12}(6\pi - 1)$ (4) $\frac{1}{12}(12\pi - 1)$

Ans. (2)

Sol. Total area – enclosed area

कुल क्षेत्रफल – उभयनिष्ठ क्षेत्रफल



$$2\pi - \int_0^1 \sqrt{x} - x dx$$

$$2\pi - \left(\frac{2x^{3/2}}{3} - \frac{x^2}{2} \right)_0^1$$

$$2\pi - \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2} \right) \Rightarrow 2\pi - \left(\frac{1}{6} \right) \Rightarrow \frac{12\pi - 1}{6}$$

5. If sum of all the coefficient of even powers in $(1-x+x^2-x^3+\dots+x^{2n})(1+x+x^2+x^3+\dots+x^{2n})$ is 61 then n is equal to

$(1-x+x^2-x^3+\dots+x^{2n})(1+x+x^2+x^3+\dots+x^{2n})$ में समघातों के सभी गुणांकों का योगफल 61 है। तब n का मान बराबर है—

- (1) 30 (2) 32 (3) 28 (4) 36

Ans. (1)

Sol. Let माना $(1-x+x^2+\dots)(1+x+x^2+\dots) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots$

put $x = 1$ रखने पर

$$1(2n+1) = a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{2n} \quad \dots\dots(i)$$

put $x = -1$ रखने पर

$$(2n+1) \times 1 = a_0 - a_1 + a_2 + \dots + a_{2n} \quad \dots\dots(ii)$$

Form (i) + (ii) से

$$4n + 2 = 2(a_0 + a_2 + \dots) \\ = 2 \times 61$$

$$\Rightarrow 2n+1 = 61 \Rightarrow n = 30$$

6. If variance of first n natural numbers is 10 and variance of first m even natural numbers is 16 then the value of m + n is

प्रथम n प्राकृत संख्याओं का प्रसरण 10 है तथा प्रथम m सम प्राकृत संख्याओं का प्रसरण 16 है तो m + n का मान है—

Ans. 18

Sol. $\text{Var}(1, 2, \dots, n) = 10 \Rightarrow \frac{1^2 + 2^2 + \dots + n^2}{n} - \left(\frac{1+2+\dots+n}{n}\right)^2 = 10$

$$\Rightarrow \frac{(n+1)(2n+1)}{6} - \left(\frac{n+1}{2}\right)^2 = 10$$

$$\Rightarrow n^2 - 1 = 120 \quad \Rightarrow n = 11$$

$$\text{Var}(2, 4, 6, \dots, 2m) = 16 \Rightarrow \text{var}(1, 2, \dots, m) = 4$$

$$\Rightarrow m^2 - 1 = 48 \quad \Rightarrow m = 7 \Rightarrow m + n = 18$$

7. Evaluate $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3^x + 3^{x-1} - 12}{3^{\frac{-x}{2}} - 3^{1-x}}$ ज्ञात कीजिए।

Ans. 72

Sol. Put $3^{\frac{x}{2}} = t$ रखने पर

$$\Rightarrow \lim_{t \rightarrow 3} \frac{\frac{4t^2}{3} - 12}{-\frac{3}{t^2} + \frac{1}{t}} = \lim_{t \rightarrow 3} \frac{4(t^2 - 9)t^2}{3(-3 + t)} = \lim_{t \rightarrow 3} \frac{4t^2(3+t)}{3} = \frac{4 \times 9 \times 6}{3} = 72$$

8. If $f(x)$ is continuous and differentiable in $x \in [-7, 0]$ and $f'(x) \leq 2 \forall x \in [-7, 0]$, also $f(-7) = -3$ then range of $f(-1) + f(0)$
 यदि $f(x)$, $x \in [-7, 0]$ में सतत् तथा अवकलनीय है तथा $f'(x) \leq 2 \forall x \in [-7, 0]$ और $f(-7) = -3$ तो $f(-1) + f(0)$ का परिसर है—

- (1) $[-5, -7]$ (2) $(-\infty, 6]$ (3) $(-\infty, 20]$ (4) $[-5, 3]$

Ans. (3)

Sol. Lets use LMVT for $x \in [-7, -1]$ में लांग्राज मध्यमान प्रमेय से

$$\frac{f(-1) - f(-7)}{(-1+7)} \leq 2$$

$$\frac{f(-1)+3}{6} \leq 2 \Rightarrow f(-1) \leq 9$$

Also use LMVT for $x \in [-7, 0]$ में लांग्राज मध्यमान प्रमेय से

$$\frac{f(0) - f(-7)}{(0+7)} \leq 2$$

$$\frac{f(0)+3}{7} \leq 2 \Rightarrow f(0) \leq 11 \quad \therefore \quad f(0) + f(-1) \leq 20$$

9. If $y = mx + 4$ is common tangent to parabolas $y^2 = 4x$ and $x^2 = 2by$. Then value of b is
 यदि $y = mx + 4$ परवलय $y^2 = 4x$ तथा $x^2 = 2by$ की उभयनिष्ठ स्पर्श रेखा है तो b का मान है—

- (1) -64 (2) -32 (3) -128 (4) 16

Ans. (3)

Sol. $y = mx + 4$ (i)

$$y^2 = 4x \text{ tangent की स्पर्श रेखा } y = mx + \frac{a}{m} \Rightarrow y = mx + \frac{1}{m} \text{(ii)}$$

from (i) and (ii) से

$$4 = \frac{1}{m} \Rightarrow m = \frac{1}{4}$$

So line $y = \frac{1}{4}x + 4$ is also tangent to parabola $x^2 = 2by$, so solve

अतः रेखा $y = \frac{1}{4}x + 4$ परवलय $x^2 = 2by$ की स्पर्श रेखा है अतः

$$x^2 = 2b \left(\frac{x+16}{4} \right)$$

$$\Rightarrow 2x^2 - bx - 16b = 0 \quad \Rightarrow D = 0 \Rightarrow b^2 - 4 \times 2 \times (-16b) = 0$$

$$\Rightarrow b^2 + 32 \times 4b = 0$$

$$b = -128, b = 0 \text{ (not possible असंभव)}$$

10. If α and β are the roots of equation $(k+1) \tan^2 x - \sqrt{2} \lambda \tan x = 1 - k$ and $\tan^2 (\alpha+\beta) = 50$. Find value of λ .

यदि α तथा β समीकरण $(k+1) \tan^2 x - \sqrt{2} \lambda \tan x = 1 - k$ के मूल हैं तथा $\tan^2 (\alpha+\beta) = 50$ तो λ का मान है—

- (1) 10 (2) 5 (3) 7 (4) 12

Ans. (1)

$$(k+1) \tan^2 x - \sqrt{2} \lambda \tan x + (k-1) = 0$$

$$\tan \alpha + \tan \beta = \frac{\sqrt{2} \lambda}{k+1}$$

$$\tan \alpha \tan \beta = \frac{k-1}{k+1}$$

$$\tan (\alpha+\beta) = (k-1) = 0 \frac{\frac{\sqrt{2} \lambda}{k+1}}{1 - \frac{k-1}{k+1}} = \frac{\sqrt{2} \lambda}{2} = \frac{\lambda}{\sqrt{2}}$$

$$\tan^2 (\alpha+\beta) = \frac{\lambda^2}{2} = 50$$

$$\lambda = 10$$

11. Find image of point $(2, 1, 6)$ in the plane containing points $(2, 1, 0)$, $(6, 3, 3)$ and $(5, 2, 2)$ बिन्दुओं $(2, 1, 0)$, $(6, 3, 3)$ तथा $(5, 2, 2)$ को समाहित करने वाले समतल में बिन्दु $(2, 1, 6)$ का प्रतिबिम्ब है—

- (1) $(6, 5, -2)$ (2) $(6, -5, 2)$ (3) $(2, -3, 4)$ (4) $(2, -5, 6)$

Ans. (1)

Sol. Plane is समतल $x + y - 2z = 3 \Rightarrow \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-6}{-2} = \frac{-2(2+1-12-3)}{6} \Rightarrow (x, y, z) = (6, 5, -2)$

12. Let माना $(x)^k + (y)^k = (a)^k$ where जहाँ $a, k > 0$ and तथा $\frac{dy}{dx} + \left(\frac{y}{x}\right)^{\frac{1}{3}} = 0$, then find तब k बराबर है—

- (1) $\frac{1}{3}$ (2) $\frac{2}{3}$ (3) $\frac{4}{3}$ (4) 2

Ans. (2)

Sol. $k \cdot x^{k-1} + k \cdot y^{k-1} \frac{dy}{dx} = 0$

$$\frac{dy}{dx} = -\left(\frac{x}{y}\right)^{k-1}$$

$$\frac{dy}{dx} + \left(\frac{x}{y}\right)^{k-1} = 0$$

$$k - 1 = -\frac{1}{3}$$

$$-\frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

13. If $g(x) = x^2 + x - 1$ and $g(f(x)) = 4x^2 - 10x + 5$, then find $f\left(\frac{5}{4}\right)$.

यदि $g(x) = x^2 + x - 1$ और $g(f(x)) = 4x^2 - 10x + 5$, तब $f\left(\frac{5}{4}\right)$ का मान है—

- (1) $\frac{1}{2}$ (2) $-\frac{1}{2}$ (3) $-\frac{1}{3}$ (4) $\frac{1}{3}$

Ans. (2)

Sol. $g(f(x)) = f^2(x) + f(x) - 1$

$$g\left(f\left(\frac{5}{4}\right)\right) = 4\left(\frac{5}{4}\right)^2 - 10 \cdot \frac{5}{4} + 5 = -\frac{5}{4}$$

$$g\left(f\left(\frac{5}{4}\right)\right) = f^2\left(\frac{5}{4}\right) + f\left(\frac{5}{4}\right) - 1$$

$$-\frac{5}{4} = f^2\left(\frac{5}{4}\right) + f\left(\frac{5}{4}\right) - 1$$

$$f^2\left(\frac{5}{4}\right) + f\left(\frac{5}{4}\right) + \frac{1}{4} = 0$$

$$\left(f\left(\frac{5}{4}\right) + \frac{1}{2}\right)^2 = 0$$

$$f\left(\frac{5}{4}\right) = -\frac{1}{2}$$

14. If $z = x + iy$ and real part $\left(\frac{z-1}{2z+i}\right) = 1$ then locus of z is

(1) Straight line with slope 2 (2) Straight line with slope $-\frac{1}{2}$

(3) circle with diameter $\frac{\sqrt{5}}{2}$ (4) circle with diameter $\frac{1}{2}$

यदि $z = x + iy$ तथा $\operatorname{Re}\left(\frac{z-1}{2z+i}\right) = 1$ तब z का बिन्दुपथ है

(1) प्रवणता 2 की सरल रेखा (2) प्रवणता $-\frac{1}{2}$ की सरल रेखा

(3) वृत्त जिसका व्यास $\frac{\sqrt{5}}{2}$ है (4) वृत्त जिसका व्यास $\frac{1}{2}$ है

Ans. (3)

Sol. $z = x + iy$

$$\left(\frac{z-1}{2z+i}\right) = \frac{(x-1)+iy}{2(x+iy)+i} = \frac{(x-1)+iy}{2x+(2y+1)i} \times \frac{2x-(2y+1)i}{2x-(2y+1)i}$$

$$\operatorname{Re}\left(\frac{z-1}{2z+i}\right) = \frac{2x(x-1)+y(2y+1)}{(2x)^2+(2y+1)^2} = 1$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 2y^2 - 2x + y = 4x^2 + 4y^2 + 4y + 1 \quad \Rightarrow 2x^2 + 2y^2 + 2x + 3y + 1 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + x + \frac{3}{2}y + \frac{1}{2} = 0 \quad \text{Circle with centre (वृत्त जिसका केन्द्र)} \left(-\frac{1}{2}, -\frac{3}{4}\right)$$

$$r = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{9}{16} - \frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{4+9-8}{16}} = \frac{\sqrt{5}}{4}$$

15. If distance between the foci of an ellipse is 6 and distance between its directrices is 12, then length of its latus rectum is

यदि एक दीर्घवृत्त के नाभियों के मध्य की दूरी 6 है तथा इसकी नियताओं के मध्य की दूरी 12 है तब इसके नाभिलम्ब की लम्बाई है—

- (1) 4 (2) $3\sqrt{2}$ (3) 9 (4) $2\sqrt{2}$

Ans. (2)

Sol. $2ae = 6$ and और $\frac{2a}{e} = 12$

$$\Rightarrow ae = 3 \quad \text{and और} \quad \frac{a}{e} = 6$$

$$\Rightarrow a^2 = 18$$

$$\Rightarrow b^2 = a^2 - a^2e^2 = 18 - 9 = 9 \quad \Rightarrow \text{L.R.} = \frac{2b^2}{a} = \frac{2 \times 9}{3\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$$

16. If $y = \sqrt{\frac{2(\tan \alpha + \cot \alpha)}{1 + \tan^2 \alpha} + \frac{1}{\sin^2 \alpha}}$ when $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{4}, \pi\right)$ then find $\frac{dy}{d\alpha}$ at $\alpha = \frac{5\pi}{6}$

यदि $y = \sqrt{\frac{2(\tan \alpha + \cot \alpha)}{1 + \tan^2 \alpha} + \frac{1}{\sin^2 \alpha}}$ जब $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{4}, \pi\right)$ तब $\alpha = \frac{5\pi}{6}$ पर $\frac{dy}{d\alpha}$ का मान होगा—

- (1) 4 (2) 2 (3) 3 (4) -4

Ans. (1)

Sol. $y = \sqrt{\frac{2\cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} + \frac{1}{\sin^2 \alpha}} = \sqrt{2\cot \alpha + \operatorname{cosec}^2 \alpha} = |1 + \cot \alpha| = -1 - \cot \alpha$

$$\frac{dy}{d\alpha} = \operatorname{cosec}^2 \alpha \Rightarrow \left(\frac{dy}{d\alpha}\right)_{\alpha = \frac{5\pi}{6}} \text{ will be } = 4$$

17. If $A(1, 1)$, $B(6, 5)$, $C\left(\frac{3}{2}, 2\right)$ are vertices of $\triangle ABC$. A point P is such that area of $\triangle PAB$, $\triangle PAC$, $\triangle PBC$ are equal, also $Q\left(\frac{-7}{6}, \frac{-1}{3}\right)$, then length of PQ is

यदि $A(1, 1)$, $B(6, 5)$, $C\left(\frac{3}{2}, 2\right)$ त्रिभुज $\triangle ABC$ के शीर्ष है एक बिन्दु P इस प्रकार है कि $\triangle PAB$, $\triangle PAC$, $\triangle PBC$ के क्षेत्रफल बराबर है तथा $Q\left(\frac{-7}{6}, \frac{-1}{3}\right)$ तब PQ की लम्बाई है—

- (1) 2 (2) 3 (3) 4 (4) 5

Ans. (4)

Sol. P will be centroid of $\triangle ABC$

P त्रिभुज $\triangle ABC$ का केन्द्रक होगा

$$P\left(\frac{17}{6}, \frac{8}{3}\right) \Rightarrow PQ = \sqrt{\left(\frac{24}{6}\right)^2 + \left(\frac{9}{3}\right)^2} = 5$$

18. $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow \sim p)$ is equivalent to

$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow \sim p)$ के तुल्य है—

- (1) $\sim p$ (2) p (3) $p \wedge q$ (4) $p \vee q$

Ans. (1)

Sol.

p	q	$p \rightarrow q$	$\sim p$	$q \rightarrow \sim p$	$(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \sim q)$
T	T	T	F	F	F
T	F	F	F	T	F
F	T	T	T	T	T
F	F	T	T	T	T

Clearly $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow \sim p)$ is equivalent to $\sim p$

स्पष्टतया $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow \sim p)$ के तुल्य $\sim p$ है

19. Find greatest value of k for which $49^k + 1$ is factor of $1 + 49 + 49^2 + \dots + (49)^{125}$

k का अधिकतम मान होगा जबकि $1 + 49 + 49^2 + \dots + (49)^{125}$ का एक गुणखण्ड $49^k + 1$ है—

- (1) 63 (2) 65 (3) 2 (4) 5

Ans. (1)

Sol.
$$\frac{(49)^{126} - 1}{48} = \frac{((49)^{63} + 1)(49^{63} - 1)}{48}$$

20. If $f(x) = |2 - |x - 3||$ is non differentiable in $x \in S$. Then value of $\sum_{x \in S} (f(f(x)))$ is

यदि $f(x) = |2 - |x - 3||$ सभी $x \in S$ में अवकलनीय नहीं है तब $\sum_{x \in S} (f(f(x)))$ का मान है—

Ans. 3

Sol. $\because f(x)$ is non differentiable at $x = 1, 3, 5$
 $\Sigma f(f(x)) = f(f(1)) + f(f(3)) + f(f(5))$
 $= 1 + 1 + 1$
 $= 3$

Sol. $\because f(x)$, $x = 1, 3, 5$ पर अवकलनीय नहीं है
 $\Sigma f(f(x)) = f(f(1)) + f(f(3)) + f(f(5))$
 $= 1 + 1 + 1$
 $= 3$

21. If system of equations
 $2x + 2ay + az = 0$
 $2x + 3by + bz = 0$
 $2x + 4cy + cz = 0$ have non-trivial solution

then

(1) $a + b + c = 0$

(2) a, b, c are in A.P.

(3) $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}$ are in A.P.

(4) a, b, c in G.P.

यदि समीकरणों का निकाय

$$2x + 2ay + az = 0$$

$$2x + 3by + bz = 0$$

$$2x + 4cy + cz = 0 \text{ के अशून्य हल है तब}$$

(1) $a + b + c = 0$

(2) a, b, c समान्तर श्रेणी में है

(3) $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}$ समान्तर श्रेणी में है

(4) a, b, c गुणोत्तर श्रेणी में है

Sol. For non-trivial solution

अशून्य हल के लिए

$$\begin{vmatrix} 2 & 2a & a \\ 2 & 3b & b \\ 2 & 4c & c \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2a & a \\ 1 & 3b & b \\ 1 & 4c & c \end{vmatrix} = 0$$

$$(3bc - 4bc) - (2ac - 4ac) + (2ab - 3ab) = 0$$

$$-bc + 2ac - ab = 0$$

$$ab + bc = 2ac$$

a, b, c in H.P.

$$\Rightarrow \frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c} \text{ in A.P.}$$

22. If sum of 5 consecutive terms of 'an A.P is 25 & product of these terms is 2520. If one of the terms is $-\frac{1}{2}$ then the value of greatest term is
 यदि समांतर श्रेणी के 5 क्रमागत पदों का योगफल 25 है तथा इन पदों का गुणनफल 2520 है यदि उनमें से एक पद $-\frac{1}{2}$ है तब सबसे बड़े पद का मान है—

- (1) $\frac{21}{2}$ (2) 16 (3) 5 (4) 7

Ans. (2)

Sol. Let terms be (माना कि पद) $a - 2d, a - d, a, a + d, a + 2d$.

sum योगफल = 25 $\Rightarrow 5a = 25 \Rightarrow a = 5$

Product गुणनफल = 2520

$$(5-2d)(5-d)5(5+d)(5+2d) = 2520$$

$$\Rightarrow (25-4d^2)(25-d^2) = 504$$

$$\Rightarrow 625 - 100d^2 - 25d^2 + 4d^4 = 504$$

$$\Rightarrow 4d^4 - 125d^2 + 625 - 504 = 0$$

$$\Rightarrow 4d^4 - 125d^2 + 121 = 0$$

$$\Rightarrow 4d^4 - 121d^2 - 4d^2 + 121 = 0$$

$$\Rightarrow (d^2 - 1)(4d^2 - 121) = 0$$

$$\Rightarrow d = \pm 1, \quad d = \pm \frac{11}{2}$$

$d = \pm 1$, does not give $-\frac{1}{2}$ as a term

$d = \pm 1$, जो $-\frac{1}{2}$ नहीं देता है

$$\therefore d = \frac{11}{2}$$

\therefore Largest term अधिकतम पद = $5 + 2d = 5 + 11 = 16$

23. Let $\vec{a} = \alpha\hat{i} + 2\hat{j} + \beta\hat{k}$

\vec{a} lies in plane of \vec{b} & \vec{c}

$$\vec{b} = \hat{i} + \hat{j} \quad \& \quad \vec{c} = \hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}$$

of \vec{a} bisectors angle between \vec{b} & \vec{c} , then

माना $\vec{a} = \alpha\hat{i} + 2\hat{j} + \beta\hat{k}$

तथा \vec{a} सदिश \vec{b} और \vec{c} के समतल में है

जहां $\vec{b} = \hat{i} + \hat{j}$ और $\vec{c} = \hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}$ है \vec{b} और \vec{c} के मध्य कोण अर्द्धक \vec{a} है तब

- (1) $\vec{a} \cdot \hat{k} + 2 = 0$ (2) $\vec{a} \cdot \hat{k} + 4 = 0$ (3) $\vec{a} \cdot \hat{k} - 2 = 0$ (4) $\vec{a} \cdot \hat{k} + 5 = 0$

Ans. (1)

Sol. angle bisector can be कोण अर्द्धक हो सकता है $\vec{a} = \lambda(\vec{b} + \vec{c})$ or या $\vec{a} = \mu(\vec{b} - \vec{c})$

$$\vec{a} = \lambda \left(\frac{\hat{i} + \hat{j}}{\sqrt{2}} + \frac{\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}}{3\sqrt{2}} \right) = \frac{\lambda}{3\sqrt{2}} [3\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}] = \frac{\lambda}{3\sqrt{2}} [4\hat{i} + 2\hat{j} + 4\hat{k}]$$

Compare with से तुलना करने पर $\vec{a} = \alpha\hat{i} + 2\hat{j} + \beta\hat{k}$

$$\frac{2\lambda}{3\sqrt{2}} = 2 \Rightarrow \lambda = 3\sqrt{2}$$

$$\vec{a} = 4\hat{i} + 2\hat{j} + 4\hat{k}$$

Not in option so now consider माना कि $\vec{a} = \mu \left(\frac{\hat{i} + \hat{j}}{\sqrt{2}} - \frac{\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}}{3\sqrt{2}} \right)$

$$\vec{a} = \frac{\mu}{3\sqrt{2}} (3\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{i} + \hat{j} - 4\hat{k})$$

$$= \frac{\mu}{3\sqrt{2}} (2\hat{i} + 4\hat{j} - 4\hat{k})$$

Compare with तुलना करने पर $\vec{a} = \alpha\hat{i} + 2\hat{j} + \beta\hat{k}$

$$\frac{4\mu}{3\sqrt{2}} = 2 \Rightarrow \mu = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$$

$$\vec{a} \cdot \hat{k} + 2 = 0$$

$$-2 + 2 = 0$$

24. Given $f(a + b + 1 - x) = f(x) \forall x \in \mathbb{R}$ then the value of $\frac{1}{(a+b)} \int_a^b x[f(x) + f(x+1)] dx$ is equal to

दिया गया है $f(a + b + 1 - x) = f(x) \forall x \in \mathbb{R}$ तब $\frac{1}{(a+b)} \int_a^b x[f(x) + f(x+1)] dx$ का मान बराबर है—

(1) $\int_{a+1}^{b+1} f(x) dx$

(2) $\int_{a+1}^{b+1} f(x+1) dx$

(3) $\int_{a-1}^{b-1} f(x) dx$

(4*) $\int_{a-1}^{b-1} f(x+1) dx$

Ans. (4)

Sol. $I = \frac{1}{(a+b)} \int_a^b x[f(x) + f(x+1)] dx \dots\dots(1)$

$$x \rightarrow a + b - x$$

$$I = \frac{1}{(a+b)} \int_a^b (a+b-x)[f(a+b-x) + f(a+b+1-x)] dx$$

$$I = \frac{1}{(a+b)} \int_a^b (a+b-x)[f(x+1) + f(x)] dx \dots\dots\dots(2)$$

[\therefore put $x \rightarrow x + 1$ in given equation]

[\therefore दी गई समीकरण में $x \rightarrow x + 1$ रखने पर]

$$(1) + (2)$$

$$2I = \int_a^b [f(x+1) + f(x)] dx$$

$$2I = \int_a^b f(x+1)dx + \int_a^b f(x)dx$$

$$\int_a^b f(a+b+1-x)dx + \int_a^b f(x)dx$$

$$2I = 2 \int_a^b f(x)dx$$

25. An unbiased coin is thrown 5 times. Let X be a random variable and k be the value assigned to X for k = 3, 4, 5 times Head occurs consecutively and otherwise the value of X is assigned -1. What is value of expectation.

एक निष्पक्षपाती सिक्के को 5 बार उछाला जाता है माना X यादृच्छिक चर है तथा X से अर्जित मान k है जहां k = 3, 4, 5 बार लगातार शीर्ष आता है अन्यथा X को -1 मान दिया जाता है तब इसकी आकांक्षा है-

- (1) $\frac{1}{8}$ (2) $-\frac{1}{8}$ (3) $\frac{3}{8}$ (4) $-\frac{3}{8}$

Ans. (1)

Sol.

k	0	1	2	3	4	5
P(k)	$\frac{1}{32}$	$\frac{12}{32}$	$\frac{11}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

k = no. of times head occur consecutively

k = शीर्ष के क्रमागत आने की संख्या

Now expectation अब आकांक्षा

$$= \sum xP(k) = (-1) \times \frac{1}{32} + (-1) \times \frac{12}{32} + (-1) \times \frac{11}{32} + 3 \times \frac{5}{32} + 4 \times \frac{2}{32} + 5 \times \frac{1}{32} = \frac{1}{8}$$